

### Aufgabe 5.3: Glücksspirale (7 Punkte)



Bei der ersten Ziehung der *Glücksspirale* 1971 wurden für die Ermittlung einer 7-stelligen Gewinnzahl aus einer Trommel, die Kugeln mit den Ziffern  $0, 1, \dots, 9$  je 7mal enthält, nacheinander rein zufällig 7 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

- Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.
- Geben Sie die Ziehungswahrscheinlichkeit für jede 7-stellige Gewinnzahl  $(a_1, \dots, a_7) \in \{0, \dots, 9\}^7$  an. Welche 7-stelligen Gewinnzahlen hatten hierbei die größte und welche die kleinste Ziehungswahrscheinlichkeit?
- Bestimmen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeit für die Zahl 3 143 643.
- Wie würden Sie den Ziehungsmodus abändern, um allen Gewinnzahlen die gleiche Ziehungswahrscheinlichkeit zu sichern?

iii)

$$\frac{3}{70} \cdot \frac{1}{69} \cdot \frac{4}{68} \cdot \frac{3}{67} \cdot \frac{6}{66} \cdot \frac{4}{65} \cdot \frac{3}{64} = 7,15 \cdot 10^{-8}$$

ii)  
1. Frage

Bsp:

|       | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9 | $\Sigma$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|----------|
| $k_0$ | $k_1$ | $k_2$ | $k_3$ | $k_4$ | $k_5$ | $k_6$ | $k_7$ | $k_8$ | $k_9$ |   |          |
|       | 0     | 1     | 0     | 3     | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0 | 7        |

$$\sum_{i=0}^9 k_i = 7$$

die Allgemeine Formel

$$\frac{7!}{70!} \cdot \prod_{i=0}^9 \frac{7!}{(7-k_i)!} = \frac{7!}{70!} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7 = 7,15 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{70} \cdot \frac{1}{69} \cdot \frac{1}{68} \cdot \frac{1}{67} \cdot \frac{1}{66} \cdot \frac{1}{65} \cdot \frac{1}{64}$$

$$i=0 : \frac{7!}{(7-0)!} = \frac{7!}{7!} = 1$$

$$i=1 : \frac{7!}{(7-1)!} = \frac{7!}{6!} = 7$$

$$i=2 : \dots = 1$$

$$i=3 : \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$i=4 : \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = 7 \cdot 6$$

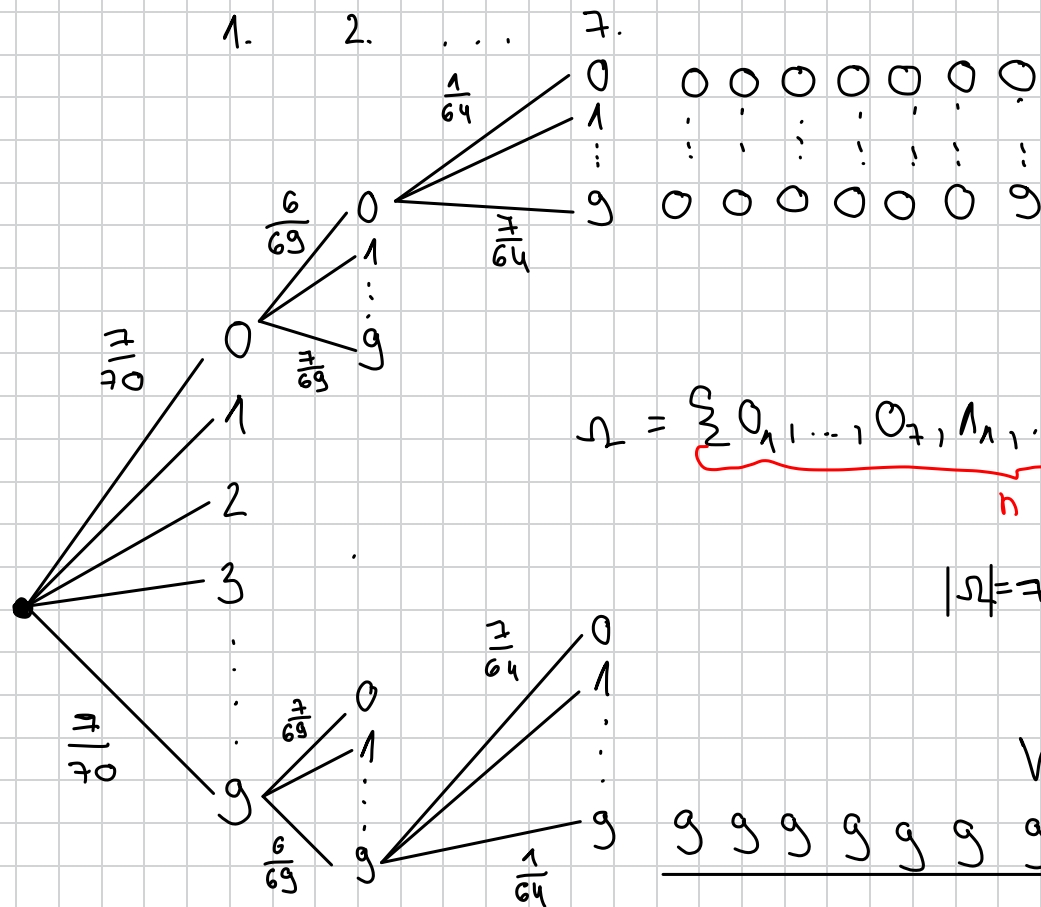
$$i=5 : \dots = 1$$

$$i=6 : \dots = 7$$

$$i=7 : \dots = 1$$

$$i=8 : \dots = 1$$

$$i=9 : \dots = 1$$



$$\frac{1}{70} \cdot \frac{6}{69} \cdot \frac{5}{68} \cdot \frac{4}{67} \cdot \frac{3}{66} \cdot \frac{2}{65} \cdot \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{70} \cdot \frac{6}{69} \cdot \frac{5}{68} \cdot \frac{4}{67} \cdot \frac{3}{66} \cdot \frac{2}{65} \cdot \frac{1}{64}$$

$$\Omega = \underbrace{\{0_1, \dots, 0_7, 1_1, \dots, 1_7, \dots, 9_7\}}_n \setminus \{w \in M \mid \exists i, j \in \{1, \dots, 7\}: i \neq j \wedge w_i = w_j\}$$

$$|\Omega| = 70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot 67 \cdot 66 \cdot 65 \cdot 64 = \frac{70!}{63!}$$

$P = \text{Gleichverteilung auf } \Omega$

$$W = (\Omega, \mathcal{F}, P)$$

9 9 9 9 9 9 9

$$P(\text{Alle Zahlen sind gleich}) = \frac{1}{70} \cdot \frac{6}{69} \cdot \frac{5}{68} \cdot \frac{4}{67} \cdot \frac{3}{66} \cdot \frac{2}{65} \cdot \frac{1}{64} = \min$$

ii) 2. Frage Begründung: weil bei einem Zug einer neuen Zahl im Zähler eine 7 stehen würde.

$$P(\text{Alle Zahlen sind ungleich}) = \frac{7}{70} \cdot \frac{7}{69} \cdot \frac{7}{68} \cdot \frac{7}{67} \cdot \frac{7}{66} \cdot \frac{7}{65} \cdot \frac{7}{64} = \max$$

Begründung: Sobald eine Zahl gleich vorkommt wird der Zähler zu einer 6

iv) Gewinnwahrscheinlichkeit wäre gleich mit Zurücklegen

$$\left(\frac{7}{70}\right)^7 = \left(\frac{1}{10}\right)^7$$

Wahrscheinlichkeit einer gezogenen Zahl