

ABC-Spiel (1)

Aufgabe 1.1

Was ist R-Studio?

- A: Eine Entwicklungsumgebung für R, die dabei unterstützt, Datenanalysen mit R durchzuführen, neue R-Programme zu schreiben und weitere Tätigkeiten, die mit R zu tun haben, auszuführen.
- B: Ein Filmbearbeitungssoftware für Filme im Retrolook.
- C: Ausstellung für moderne Kunst in Rom.

Aufgabe 1.2

Welche Aussage ist wahr, wenn Sie das R Studio neu öffnen und eine Funktion oder die Daten eines R-Pakets verwenden wollen?

- A: Man muss das Paket weder installieren, noch laden.
- B: Das Paket muss einmalig installiert werden und dann bei jedem Neustart von R Studio neu geladen werden.
- C: Man muss das Paket jedes Mal installieren und laden.
- D: Man muss Pakete nicht installieren, nur laden.
- E: Woher soll ich das wissen?

Aufgabe 1.3

Was machen Sie, wenn Sie nach der Ausführung eines R-Befehls eine Fehlermeldung erhalten, die Sie nicht verstehen?

- A: Ich rufe meinen Stochastik-Professor an.
- B: Ich kopiere die Fehlermeldung und gebe sie in Google oder bei ChatGPT ein.
- C: Ich bin genervt und widme mich lieber dem Fach „Differentielle Psychologie“.
- D: Ich gebe `error` in die R-Konsole ein.
- E: No plan.

Aufgabe 1.4

Im R-Studio ist ein Skript-Editor eingebaut. Wozu dient er?

- A: Der Skript-Editor dient dazu, eine Abfolge von Befehlen mit Kommentaren abspeichern, ausführen und später wieder verwenden zu können.

- B: Der Skript-Editor dient dazu, einen Befehl auszuführen.
- C: Der Skript-Editor dient dazu, die Werte der verwendeten Variablen anzuzeigen.
- D: Im Skript-Editor werden Grafiken ausgegeben.
- E: Im Skript-Editor können die Hilfeseiten durchsucht und angezeigt werden.
- F: Keine Ahnung.

Aufgabe 1.5

Seien $x \leftarrow -c(1,2,3)$, $y \leftarrow -c(1,1,1)$. Was ist $x * y$?

- A: 6
- B: 1,2,3
- C: 1,2,3,1,1,1
- D: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
- E: Mei, das kann dies sein oder auch das.

Aufgabe 1.6

Welche Ausgabe erhält man, wenn man in der R-Konsole den Ausdruck

```
mean( c(1,2,NA,4) )
```

eingibt?

- A: 3
 - B: 7
 - C: $2.\bar{3}$
 - D: 2.5
 - E: NA
 - F: Sie fragen Sa-
- chen ...

Aufgabe 1.7

Welche Ausgabe erhält man, wenn man in der R-Konsole den Ausdruck

```
1:3 + 1:10
```

eingibt?

- A: 2:13
- B: 2 4 6 5 7 9 8 10 12 11
- C: 1 2 3 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- D: 0.4333333
- E: w.d.G. (weiß der Geier)

ABC-Spiel (2)

Aufgabe 2.1

Welche Ausgabe erhalten Sie von folgendem R-Code

```
x <- c(1:3, rep(1,3)); sum( which(x == min(x)) - which.min(x) )
```

A: -12

D: 3

B: -3

E: 12

C: 0

F: Woher soll ich das wissen?

Aufgabe 2.2

Welche Ausgabe erhalten Sie nach Ausführung folgender Befehlszeile?

```
rank(c(3, 4, exp(1)))[3] |> log()
```

A: -1

D: 1

G: Da müsste ich raten.

B: 0

E: $1 \cdot 10 (= \ln(3))$

C: $0.69 (= \ln(2))$

F: 2

Aufgabe 2.3

Welche Befehlsfolge gibt *nicht* die zweitbeste 100m-Zeit?

```
Zeiten100m <- c(13.4, 15.6, 11.2, 12.3, 10.8)
```

A: `sort(Zeiten100m)[2]`

B: `Zeiten100m[rank(Zeiten100m)[2]]`

C: `Zeiten100m[order(Zeiten100m)[2]]`

D: Sorry, schlechter R-Tag heute.

Aufgabe 2.4

Sie arbeiten samstags alleine in einer kleinen Bäckereifiliale. Ihr misstrauischer und knausriger Chef will wissen, wie viele Stunden Sie bedienen und wie viele Stunden Sie stattdessen am Smartphone lustige Mathevideos schauen. Daher lässt er eine Hilfskraft zählen, wie viele Kunden je Stunde kommen und erhält als Ergebnis den Vektor `anz_Kunden <- c(50,62,54,46,37,35,22)`

Er weiß aus langjähriger Erfahrung, dass man die simulierten und zufälligen Bediendauern von n Kunden mit dem Befehl `rexp(n)` in einem Vektor erhält.

Welche Befehlsfolge ist am besten geeignet, um einen Vektor mit den simulierten Gesamtbediendauern je Stunde zu erhalten?

- A: `lapply(lapply(anz_Kunden, rexp), sum)`
- B: `anz_Kunden*rexp(1)`
- C: `rexp(sum(anz_Kunden))`
- D: `sum(rexp(sum(anz_Kunden)))`
- E:

```
bediendauern <- rep(0, length(anz_Kunden))
for ( stunde in 1:length(anz_Kunden) ) {
  for ( kunde_nr in 1:anz_Kunden[stunde] ) {
    bediendauern[stunde] <- bediendauern[stunde] + rexp(1)
  }
}
bediendauern
```
- F: Könnten Sie mich bitte mal was fragen, was ich weiß.

Aufgabe 2.5

Sei x ein Vektor, der für jeden Handelstag des vergangenen Jahres den Aktienkurs der Siemens-Aktie enthält. Wie können Sie den größten Tagesgewinn herausfinden?

- A: `max(x)`
- B: `max(x[-1] - x)`
- C: `max(x) - min(x)`
- D: `max(x[-1] - x[-length(x)])`
oder `max(diff(x))`
- E: Mit Aktien hab' ich's nicht so.

Aufgabe 2.6

Seien `x<-c(5,23,65,12,87,59,NA,83,15,43,76)` die Altersstufen einer Gruppe von Menschen. Welcher Ausdruck liefert die größte Zahl?

- A: `length(x[x<18])`
- B: `x[1]`
- C: `length(x[seq(1,10)])`
- D: `sum(x>18, na.rm = TRUE)`
- E: `min(x, na.rm = FALSE)`
- F: `length(x<18)`

Hinweise:

- Über die Option `na.rm` (NA remove) kann gesteuert werden, ob NAs vor Ausführung des Befehls gelöscht werden.
- Sollte einer der Ausdrücke den Wert NA liefern, ignorieren Sie diesen Wert bei der Suche nach dem Maximum.

ABC-Spiel (3)

Aufgabe 3.1

Sei

```
A <- matrix( c(1,2,3,4),2,2 )
```

```
B <- matrix( c(4,3,2,1),2,2 )
```

Was ist A*B?

$$A: \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B: \begin{pmatrix} 13 & 5 \\ 20 & 8 \end{pmatrix}$$

C: 20

Aufgabe 3.2 In der 6×5 -Matrix A stehen in der ersten Spalte die letzten sechs Wettkampfweiten der ersten Weitspringerin, in der zweiten Spalte die letzten sechs Wettkampfweiten der zweiten Weitspringerin usw. Der Trainer möchte nun herausfinden, wie konstant die Leistungen der Springerinnen sind. Dazu möchte er für jede Springerin den Unterschied zwischen bester und schlechtester Weite ermitteln. Mit welchem Ausdruck erhält er die gesuchte Größe?

A: `apply(A, 2, function(x){ return (max(x)-min(x)) })`

B: `apply(A, 2, max-min)`

C: `max(A) - min(A)`

D: `max(A[,1:4]) - min(A[,1:4])`

E: `apply(A, 2, range)`

Hinweise:

- Das zweite Argument des `apply`-Befehls gibt an, ob die Funktion (drittes Argument) auf alle Zeilen (1) oder Spalten (2) angewendet werden soll.
- Der Befehl `?range` liefert: `range` returns a vector containing the minimum and maximum of all the given arguments.

Aufgabe 3.3 Die Lyrics zu einem epochalen deutschen Lied lauten ausschnittsweise:

| | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Da da da | Ich lieb dich nicht, du liebst mich | Ich lieb dich nicht, du liebst mich |
| Da da da | nicht | nicht Aha |
| Da da da | Da da da | Ich lieb dich nicht, du liebst mich |
| Da da da | Ich lieb dich nicht, du liebst mich | nicht Aha |
| Da da da | nicht | Ich lieb dich nicht, du liebst mich |
| Ich lieb dich nicht, du liebst mich | Da da da | nicht Aha |
| nicht | Da da da | Da da da |
| Da da da | Da da da | Da da da |
| Ich lieb dich nicht, du liebst mich | Da da da | Da da da |
| nicht | Ich lieb dich nicht, du liebst mich | |
| Da da da | nicht Aha | |

Mit welcher Funktion können Sie redundante Duplikate möglichst gut vermeiden?

A: `da <- function(anz_Wdh){ return (rep("da", anz_Wdh)) }`

```
B: gib_Refrain_aus <- function( Da_Da_Da, Ich_lieb_Dich, Aha, anz_Wdh ){
  if (Da_Da_Da) strophe <- "Da Da Da" else strophe <- ""
  if (Ich_lieb_Dich) strophe <-
    paste( strophe, "Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht",
           sep=ifelse(Da_Da_Da,"\n","") )
  if (Aha) strophe <- paste( strophe, " Aha", sep = "" )
  strophe <- paste( strophe, "\n", sep="")
  cat( rep(strophe, anz_Wdh), sep = "" )
}
```

```
C: f <- function(){
  return ("Da da da
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Da da da
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Da da da
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Da da da
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Da da da
         Da da da Da da da Da da da
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Aha
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Aha
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Aha
         Ich lieb dich nicht, du liebst mich nicht Aha
         Da da da Da da da Da da da")
}
```

D: Kein Kommentar. Ich mag den Stefan Remmler nicht.

Aufgabe 3.4

Was ist ein gute Name für folgende Funktion?

```
f2 <- function(x) {
  if (length(x) <= 1) return(NULL)
  x[-length(x)]
}
```

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| A: loesche_letztes.Element | D: Vektor.ohne.letztes.Element |
| B: loesche_letztes_Element | E: f |
| C: loescheLetztes_Element | F: Ich_hab_keine_Ahnung |

Aufgabe 3.5

Die Hilfsfunktion zum Befehl `rnorm` beginnt so:

Description

... random generation for the normal distribution with mean equal to mean and standard deviation equal to sd.

Usage

```
rnorm(n, mean = 0, sd = 1)
```

Was wird nach Aufruf des Befehls `rnorm(100)` ausgegeben?

- A: Ein Fehler.
- B: 100
- C: Ein Vektor mit 100 standardnormalverteilten Zufallszahlen.
- D: Ein Vektor mit 100 normalverteilten Zufallszahlen, wobei der Erwartungswert und die Standardabweichung zufällig sind.
- E: Ein Vektor mit 100 normalverteilten Zufallszahlen, wobei der Erwartungswert und die Standardabweichung eins sind.
- F: Ohne meinen Anwalt sag' ich gar nichts.

ABC-Spiel (4)

Aufgabe 4.1

Entscheiden Sie für folgende Fragestellung(en) bzw. Situation(en), zu welchem Fach sie gehört(gehören):

- (i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zehnmaligen Münzwurf sieben mal Kopf erscheint?

- (ii) Das arithmetische Mittel der Noten (vulgo: Durchschnittsnote) in der Klasse beträgt 2.5.

- (iii) Wie ist die Verteilung des Durchschnitts von 100 Würfelergebnissen?

- (iv) Angenommen, Sie haben ein neues Medikament gegen Krebs entwickelt. In einer Studie mit 100 Patienten zeigte sich, dass das Medikament in 70 Prozent aller Fälle geholfen hat. Schätzen Sie, wie vielen Patienten in der Gesamtbevölkerung mit dem Medikament geholfen werden kann?

- (v) Laut einer Umfrage von 1000 Menschen wählen 49% der Menschen die CSU. Können Sie eine Unter- und Oberschranke für den Prozentsatz angeben, den die CSU bei der nächsten Wahl erreicht, wobei die Unter- und Oberschranke zu 90% nicht unter- bzw. überschritten wird?

A: Schließende Statistik

C: Beschreibende Statistik

B: Wahrscheinlichkeitstheorie

ABC-Spiel (5)

Aufgabe 5.1

```
ggplot(dat.studenten) +  
  geom_mosaic(aes(x = product(Geschlecht, Wohnform), fill = Geschlecht))
```



Sie treffen eine der weibliche Teilnehmerinnen der Umfrage und sollen tippen, in welcher Wohnform sie lebt. Wie lautet Ihr Tipp?

- A: Appartem. B: Eltern C: Sonstige D: WG E: NA

Aufgabe 5.2

```
ggplot(dat.studenten) +  
  geom_mosaic(aes(x = product(Geschlecht, Wohnform), fill = Geschlecht))
```



Treten die beiden Merkmale Geschlecht und Wohnform unabhängig voneinander auf?

A: Ja

B: Nein

C: Koi Ahnung

Aufgabe 5.3

```
ggplot(dat.studenten) +  
  geom_mosaic(aes(x = product(Geschlecht, Wohnform), fill = Geschlecht))
```



Welche Wohnform tritt unter allen Befragten am häufigsten auf?

A: Apartment. B: Eltern C: Sonstige D: WG E: NA

Aufgabe 5.4

```
ggplot(dat.studenten) +  
  geom_mosaic(aes(x = product(Geschlecht, Wohnform), fill = Geschlecht))
```



Aus zuverlässiger Quelle wissen Sie, dass Befragte:r x so wenig wie möglich von sich preisgeben möchte. Wie lautet Ihr Tipp für das Geschlecht von x ?

A: Weiblich

C: Divers

ich das wissen?

B: Männlich

D: Woher soll

ABC-Spiel (6)

Aufgabe 6.1

Nehmen Sie an, Ihre vier Kinder bringen einmal die Note 1, zweimal die Note 2 und einmal die Note 3 nach Hause. Welche Zahl ist ein empirisches 50%-Quantil?

- A: 1 B: 1,9 C: 2 D: 2,1 E: 3

Aufgabe 6.2

Nehmen Sie an, Ihre vier Kinder bringen einmal die Note 1, zweimal die Note 2 und einmal die Note 3 nach Hause. Welche Zahl ist kein empirisches 75%-Quantil?

- A: 1,9 B: 2 C: 2,1 D: 2,5 E: 3

Aufgabe 6.3

In welcher Stichprobe gibt es 50%-Quantile, die nicht dem Median entsprechen?

- A: 1,1,1,1 B: 1,2,8,8 C: 1,2,2,6 D: 4,5,5,5

Aufgabe 6.4

Sei F eine empirische Verteilungsfunktion mit zugehöriger Quantilfunktion F^{-1} . Welche Aussage gilt?

- A: $\forall x \in \mathbb{R} : F^{-1}(F(x)) = x$ C: $\forall y \in (0, 1) : F(F^{-1}(y)) = y$
B: $\forall x \in \mathbb{R} : F(F^{-1}(F(x))) = F(x)$ D: $\forall y \in (0, 1) : F^{-1}(F(F^{-1}(y))) = y$

ABC-Spiel (7)

Aufgabe 7.1

- (i) Sie wollen die Körpergrößen von 1000 Stewardessen analysieren. Welche deskriptive Statistik ist am besten dazu geeignet, um einen Überblick über die Daten zu erhalten?

A: Häufigkeitstabelle
B: Kuchendiagramm
C: Stabdiagramm
D: Histogramm

- (ii) Sie wollen die Lieblingsfarben von 1000 Kindern analysieren. Welche deskriptive Statistik ist am besten dazu geeignet, um einen Überblick über die Daten zu erhalten?

A: Häufigkeitstabelle
B: Kuchendiagramm
C: Stabdiagramm
D: Histogramm
E: Boxplot

Aufgabe 7.2

- (i) Es liegen 100 Tarife von verschiedenen Versicherungsunternehmen für ihr Auto vor.

Welche Kenngröße ist für die „Mitte“ der Daten am besten geeignet?

(Nehmen Sie an, dass ein Versicherungsunternehmen kein Interesse an der Versicherung Ihres Fahrzeugs hat und deshalb einen extrem hohen Tarif anbietet.)

A: Durchschnitt (=arith. Mittel) B: Median C: Modalwert

- (ii) Sie analysieren die Lieblingsfarbe von 50 Kindern.

Welche Kenngröße ist für die „Mitte“ der Daten am besten geeignet?

A: Durchschnitt (=arith. Mittel) B: Median C: Modalwert

- (iii) Dem Lehrer liegen die Noten von 30 Schülern vor.

Welche Kenngröße ist für die „Mitte“ der Daten am besten geeignet?

A: Durchschnitt (=arith. Mittel) B: Median C: Modalwert

ABC-Spiel (8)

Aufgabe 8.1

Welche Grafiken sind zur Darstellung des Zusammenhangs von zwei kategorialen Merkmalen gut geeignet?

- A: Streudiagramme/Scatterplots
- B: Gruppierte Boxplots
- C: Gruppierte oder gestapelte Säulendiagramme, Mosaik-Plots
- D: Kuchendiagramme
- E: Liniendiagramme

Aufgabe 8.2

Welche Grafiken sind zur Darstellung des Zusammenhangs von zwei metrischen Merkmalen gut geeignet?

- A: Scatterplots
- B: Gruppierte Boxplots
- C: Gruppierte oder gestapelte Säulendiagramme, Mosaik-Plots
- D: Kuchendiagramme
- E: Liniendiagramme

Aufgabe 8.3

Welche Grafiken sind zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen einem metrischen und einem kategorialen Merkmal gut geeignet?

- A: Scatterplots
- B: Gruppierte Boxplots
- C: Gruppierte oder gestapelte Säulendiagramme, Mosaik-Plots
- D: Kuchendiagramme
- E: Liniendiagramme

ABC-Spiel (9)

Aufgabe 9.1

Welche σ -Algebra \mathcal{F} wählen Sie beim fairen Würfelspiel mit Ergebnisraum $\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}$ und Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\{i\}) = \frac{1}{6}$?

A: $\mathcal{F} = \left\{ \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\} \right\}$

B: $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$

C: $\mathcal{F} = \sigma\left(\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\right)$

Aufgabe 9.2

Sei der Ergebnisraum $\Omega = \mathbb{N}$ gegeben. Welche der folgenden Kombinationen bildet keinen Wahrscheinlichkeitsraum?

A: $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega\}; \quad P(\emptyset) = 0 \quad P(\Omega) = 1$

B: $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega); \quad P(\{i\}) = \frac{1}{i} \quad \forall i \in \mathbb{N}$

C: $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega); \quad P(\{i\}) = p(1-p)^{i-1} \quad \forall i \in \mathbb{N} \text{ mit } p \in (0, 1)$

Aufgabe 9.3

Die 31-jährige Linda ist Single, weltoffen und aufgeweckt. Sie studiert im Hauptfach Philosophie. Sie beschäftigt sich stark mit Fragen der Diskriminierung und der sozialen Gerechtigkeit. Welche der beiden Aussagen ist wahrscheinlicher?

A: Linda arbeitet in einer Bank am Schalter.

B: Linda arbeitet in einer Bank am Schalter und ist in der Frauenbewegung aktiv.

Aufgabe 9.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) Es gibt keine Verteilung auf $(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$, die allen Elementarereignissen die gleiche Wahrscheinlichkeit zuordnet.

(ii) Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wsk.raum und $A, B \in \mathcal{F}$ zwei Ereignisse. Dann gilt:

$$P(A) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = P(B)$$

(iii) Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wsk.raum und $A, B \in \mathcal{F}$ zwei Ereignisse. Dann gilt:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.7 | 6 | 5 | 3.0 |

ABC-Spiel (10)

Aufgabe 10.1

Auf einem Klavier gibt es 88 Tasten (52 weiße und 36 schwarze). Wie viele Tonkombinationen gibt es, wenn Ihnen 88 Finger zur Verfügung stehen und wenn *kein Ton* auch eine Tonkombination ist?

A: 88

C: $2^{88} = 3.1 \cdot 10^{26}$

E: $88^{88} = 1.3 \cdot 10^{171}$

B: $88^2 = 7744$

D: $88! = 1.9 \cdot 10^{134}$

Hinweis: Zum Zahlenvergleich: Ein Core i7-Prozessor schafft $5.1 \cdot 10^{10}$ Rechenoperationen pro Sekunde, Griechenland hat ca. $3.5 \cdot 10^{13}$ Cent Schulden, es gibt ungefähr $3.5 \cdot 10^{22}$ Sandkörner auf der Erde und zwischen 10^{84} und 10^{89} Atome im Weltall.

Aufgabe 10.2

Wie viele Teilmengen der Menge {Affe, Löwe, Hirsch} gibt es?

A: 3

B: $3! = 6$

C: 7

D: 8

Aufgabe 10.3

Was ist $\binom{n}{0}$?

A: 0

B: 1

C: n

Aufgabe 10.4

Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Sitzordnung von fünf Personen in einem PKW, wenn nur drei von Ihnen einen Führerschein besitzen?

A: $5!$

B: $3 \cdot 4!$

C: 5^5

Aufgabe 10.5

Wie viele mögliche Tippreihen gibt es beim Lotto „6 aus 49“ für genau drei Richtige?

A: $\binom{6}{3} \cdot \binom{46}{3}$

B: $\binom{6}{3}$

C: $\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}$

D: $\binom{49}{3}$

Aufgabe 10.6 Wahr (A), falsch (B) oder „Da müsste ich raten.“ (C)?

$$\binom{20}{17} = \binom{20}{3}$$

ABC-Spiel (12)

Aufgabe 12.1

Welche der folgenden Funktionen ist kein Inhalt auf \mathbb{H} ?

A: $\mu((a, b]) := 0 \quad \forall a \leq b$

C: $\mu((a, b]) := b - a \quad \forall a \leq b$

B: $\mu((a, b]) := b \quad \forall a \leq b$

Aufgabe 12.2

Über welcher Menge ist $\{\emptyset, [2, 3]\}$ eine Sigmaalgebra?

A: \emptyset

B: $[2, 3]$

C: \mathbb{R}

Aufgabe 12.3

Gegeben sei die σ -Algebra

$$\mathcal{F} := \{\emptyset, \mathbb{R}, [0, 1], (-\infty, 0) \cup (1, \infty)\}.$$

Welche Funktion ist ein Maß auf \mathcal{F} ?

A: $\mu(A) := \begin{cases} 1, & \text{falls } \#A := \text{„Anzahl der Elemente in } A\text{“} > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

B: $\mu(A) := \#A$

C: $\mu(A) := \begin{cases} 1, & \text{falls } A = \mathbb{R} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 12.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Das Mengensystem $\mathcal{R} := \{\emptyset, [0, 1]\}$ bildet einen Ring über \mathbb{R} .
- (ii) Das Mengensystem aller endlichen Teilmengen von \mathbb{R} bildet einen Ring über \mathbb{R} .
- (iii) Das Mengensystem aller Teilmengen von \mathbb{R} , die entweder selbst endlich sind oder deren Komplement endlich ist, bildet einen Ring über \mathbb{R} .
- (iv) Das Mengensystem \mathcal{M} aller Teilmengen von \mathbb{R} , die entweder selbst endlich sind oder deren Komplement endlich ist, bildet eine σ -Algebra über \mathbb{R} .

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 3 | 7 | 4 | 3.4 |

ABC-Spiel (13)

Aufgabe 13.1

Welche Folge ist antiton?

A: $a_n = n$

B: $b_n = 1 - \frac{1}{n}$

C: $c_n = \frac{1}{n}$

Aufgabe 13.2

Welcher Menge entspricht $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$?

A: \emptyset

B: $(-1, 1)$

C: $[0, 0] = \{0\}$

Aufgabe 13.3

Welcher Menge entspricht $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$?

A: $[-1, 1]$

B: $(-1, 1)$

C: $[0, 0] = \{0\}$

Aufgabe 13.4

Für welche Mengenfolge $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ gilt $\sum_{n \in \mathbb{N}} A_n = \mathbb{R}$, d.h. die A_n sind paarweise disjunkt (p.d.) und die Vereinigung über alle A_n ergibt ganz \mathbb{R} ?

A: $A_n := (-n, n)$

C: $A_n := \left(-\infty - \frac{1}{n}, \infty + \frac{1}{n}\right)$

B: $A_n := (-n, -n + 1] \cup (n - 1, n]$

Aufgabe 13.5

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Jedes endliche Maß ist ein sigmaendliches Maß.
- (ii) Jedes sigmaendliche Maß ist ein endliches Maß.

| | | | | | | | | | |
|-----------------|---|--------------------|------------------|--------------------|------------------|-----|---|---|-----|
| <i>AB-Wert:</i> | <table border="1"><tr><td>Erw.wert</td><td>Max</td><td>95% bei einem Affe</td><td>95% bei 30 Affen</td></tr><tr><td>2.3</td><td>6</td><td>4</td><td>2.7</td></tr></table> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | 2.3 | 6 | 4 | 2.7 |
| Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | | | | | | |
| 2.3 | 6 | 4 | 2.7 | | | | | | |

ABC-Spiel (14)

Aufgabe 14.1 (Basiswissen)

Welche der folgenden Funktionen ist injektiv:

A: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto |x|$

B: $f : \{\text{Einwohner von Rosenheim}\} \rightarrow \{m, w\} \quad \text{Einwohner} \mapsto \text{Geschlecht}$

C: $f : \{\text{Einwohner von Augsburg}\} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{Einwohner} \mapsto \text{Anzahl Haare auf dem Kopf}$

D: $f : \{\text{Einwohner von Deutschland}\} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{Einwohner} \mapsto \text{Steuernummer}$

Aufgabe 14.2 (Basiswissen)

Welche der Funktionen aus Aufgabe 14.1 ist surjektiv?

Aufgabe 14.3 (Basiswissen)

Seien f, g bijektive Funktionen von $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Was ist die Umkehrfunktion von $f \circ g$?

A: $g^{-1} \circ f^{-1}$ B: $f^{-1} \circ g^{-1}$ C: $g \circ f^{-1}$ D: $g^{-1} \circ f$

Aufgabe 14.4 (Basiswissen)

Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist stetig, aber nicht differenzierbar?

A: $x \mapsto (\sin x)^2$ B: $x \mapsto |x|$ C: $x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{falls } x \neq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 14.5

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Jeder Inhalt auf einem Halbring \mathcal{H} lässt sich zu einem Maß auf $\sigma(\mathcal{H})$ fortsetzen.
- (ii) Jedes sigmaendliche Prämaß auf einem Halbring \mathcal{H} lässt sich zu genau einem Maß auf $\sigma(\mathcal{H})$ fortsetzen.
- (iii) Die Funktion

$$G : \mathbb{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}; \quad G(x) = \begin{cases} -\infty, & \text{falls } x < 0 \\ \sqrt{x}, & \text{sonst} \end{cases}$$

ist als korrespondierende Funktion im Sinne von V.1 geeignet.

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.6 | 7 | 5 | 3.0 |

ABC-Spiel (15)

Aufgabe 15.1

Welche der folgenden Funktionen erfüllt die Voraussetzungen des Korrespondenzsatzes für Wahrscheinlichkeitsverteilungen?

A: $f(x) = x$ B: $f(x) = \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$ C: $f(x) = \mathbb{1}_{(0,\infty)}(x)$

Aufgabe 15.2

Wie lautet die Verteilungsfunktion der $B_{1,0,1}$ -Verteilung?

A: $F(x) = 0.9\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$
B: $F(x) = \frac{1}{2}\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{2}\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x)$
C: $F(x) = 0.1\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + 0.9\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x)$
D: $F(x) = 0.9\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + 0.1\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x)$

Aufgabe 15.3

Wie lautet die Verteilungsfunktion der $B_{2,0,5}$ -Verteilung?

A: $F(x) = \frac{1}{2}\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{2}\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x)$
B: $F(x) = \frac{1}{3}\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{3}\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x) + \frac{1}{3}\mathbb{1}_{[2,\infty)}(x)$
C: $F(x) = \frac{1}{4}\mathbb{1}_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{2}\mathbb{1}_{[1,\infty)}(x) + \frac{1}{4}\mathbb{1}_{[2,\infty)}(x)$

Aufgabe 15.4

Zu welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung gehört folgende Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x \leq 0 \\ x, & \text{falls } x \in (0, 1) \\ 1, & \text{falls } x \geq 1 \end{cases} ?$$

A: $N_{0,1}$ B: $U_{(0,1)}$ C: $B_{1,0,5}$ D: $U_{\{0,1\}}$

Aufgabe 15.5

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Die Mengen $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ sind in \mathbb{B} enthalten.
- (ii) Es gilt: $\lambda(\{1\}) = 0$.
- (iii) Es gilt: $\lambda(\mathbb{N}) = \infty$.

| | | | | | | | | | |
|-----------------|---|--------------------|------------------|--------------------|------------------|-----|---|---|-----|
| <i>AB-Wert:</i> | <table border="1"><tr><td>Erw.wert</td><td>Max</td><td>95% bei einem Affe</td><td>95% bei 30 Affen</td></tr><tr><td>2.7</td><td>7</td><td>5</td><td>3.0</td></tr></table> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | 2.7 | 7 | 5 | 3.0 |
| Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | | | | | | |
| 2.7 | 7 | 5 | 3.0 | | | | | | |

ABC-Spiel (16)

Aufgabe 16.1

Welche der angegebenen Mengenfolgen ist antiton?

A: $A_n = ((-1)^n, 1 + \frac{1}{n})$ C: $A_n = (-1, 2^n)$

B: $A_n = (-1, \frac{1}{n})$

Aufgabe 16.2

Welche der angegebenen Mengenfolgen ist antiton und erfüllt $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n = \emptyset$?

A: $A_n = ((-1)^n \frac{1}{n}, \frac{1}{n})$ B: $A_n = (0, \frac{1}{n})$ C: $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{n})$

Aufgabe 16.3

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Backgammon (Werfen mit zwei Würfeln) keinen Pasch zu werfen?

A: $\frac{60}{66}$ B: $\frac{5}{6}$ C: $\frac{2}{3}$

Aufgabe 16.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Sei $\Omega = \{F, KF\} \times \{G, KG\}$ der Ergebnisraum einer Untersuchung mit der Interpretation:

(K)F = Kind besitzt (k)einen eigenen Fernseher,

(K)G = Kind besucht (k)ein Gymnasium.

Nehmen Sie an, dass von den Kindern mit eigenem Fernseher 10% das Gymnasium besuchen, d.h.

$$P(\{F, KF\} \times \{G\} \mid \{F\} \times \{G, KG\}) \stackrel{\text{salopp}}{=} P(G|F) = 10\%$$

und von den Kindern ohne Fernseher 80% aufs Gymnasium gehen, d.h. salopp:

$$P(G|KF) = 80\%.$$

Daraus folgt, dass ein eigener Fernseher dazu führt, dass das Kind eher nicht aufs Gymnasium geht.

- (ii) Seien A, B Ereignisse mit $P(B) > 0$. Dann gilt:

$$A, B \text{ stoch. unabh.} \quad \Leftrightarrow \quad P(A|B) = P(A)$$

- (iii) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B \cap C)$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.5 | 6 | 4 | 2.9 |

ABC-Spiel (17)

Aufgabe 17.1 (Basiswissen Urbilder I)

Seien f, g beliebige Funktionen von $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit Urbildfunktionen f^{-1} und g^{-1} . Was ist die Urbildfunktion von $f \circ g$?

Bemerkung: f und g brauchen nicht injektiv zu sein.

A: $g^{-1} \circ f^{-1}$ B: $f^{-1} \circ g^{-1}$ C: $g \circ f^{-1}$ D: $g^{-1} \circ f$

Aufgabe 17.2 (Basiswissen Urbilder II)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto |x|$. Was ist $f^{-1}([-1, 2])$?

A: $[-1, 2]$ B: $[0, 2]$ C: $[-2, 2]$ D: $(-2, 2)$

Aufgabe 17.3 (Basiswissen Urbilder III)

Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto |x|, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto x + 1$.

Was ist $(f \circ g)^{-1}([-1, 2])$?

A: $(-3, 1)$ B: $(-1, 3)$ C: $(-1, 1)$ D: $[0, 1)$

Aufgabe 17.4 (Basiswissen Urbilder IV)

Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto |x|, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto x + 1$.

Was ist $(g \circ f)^{-1}([-1, 2])$?

A: $(-3, 1)$ B: $(-1, 3)$ C: $(-1, 1)$ D: $[0, 1)$

Aufgabe 17.5 (Basiswissen Urbilder V)

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) $f(x) = x^2; \quad f^{-1}((-9, 1)) = (-1, 1)$

(ii) $f(x) = \sin x; \quad f^{-1}((-1, 1)) = \mathbb{R}$

(iii) $f(x) = e^{-x^2}; \quad f^{-1}([0, 1)) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.5 | 7 | 5 | 2.9 |

ABC-Spiel (18)

Aufgabe 18.1

Seien (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und (\mathbb{R}, \mathbb{B}) ein messbarer Raum. Sei

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}; \quad \omega \mapsto 1$$

eine Funktion. Für welche \mathcal{F} ist X eine Zufallsvariable?

A: Nur, wenn $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$.

B: Für alle \mathcal{F} .

C: Für kein \mathcal{F} .

Aufgabe 18.2

Seien wieder (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und (\mathbb{R}, \mathbb{B}) ein messbarer Raum. Sei

$$X : \Omega = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad \omega \mapsto \omega$$

die Identitätsabbildung. Wann ist X eine Zufallsvariable?

A: Nur, wenn $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$.

B: Immer.

C: Genau dann, wenn $\mathcal{F} \supseteq \mathbb{B}$.

Aufgabe 18.3

Sei X standardnormalverteilt. Dann gilt:

$$\text{A: } P^X(\{0\}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{B: } P^X(\{0\}) = \frac{1}{2} \quad \text{C: } P^X(\{0\}) = 0$$

Aufgabe 18.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

Seien X, Y gleichverteilt auf $(0,1)$, d.h. $X, Y \sim U_{(0,1)}$, und stochastisch unabhängig. Dann gilt:

Die Faltung $X + Y$ ist gleichverteilt auf $(0,2)$.

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 1.25 | 4 | 3 | 1.5 |

ABC-Spiel (19)

Aufgabe 19.1 (Basiswissen: Urbilder)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto x^2$. Was ist $f^{-1}([0, 1])$?

A: $[0, 1]$

B: $(-1, 1)$

C: $[-1, 1]$

Aufgabe 19.2 (Basiswissen: Stetigkeit)

Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ist nicht stetig:

A: $(x, y) \mapsto 5 \min(x, y) + x - y$

B: $(x, y) \mapsto x$

C: $(x, y) \mapsto \operatorname{sgn}(y)$

Aufgabe 19.3

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; \quad (x, y) \mapsto 2\mathbf{1}_A(x, y) + \frac{1}{\pi}\mathbf{1}_B(x, y)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 2; 2 \leq y \leq 3\} \quad \text{und} \\ B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}. \end{aligned}$$

Welchen Wert hat $\int_{\mathbb{R}^2} f d\lambda^2$?

Hinweis: λ^2 ist das normierte Flächenmaß im \mathbb{R}^2 , das als die eindeutige Fortsetzung des Inhalts $\tilde{\lambda}$ mit $\tilde{\lambda}((a, b] \times (c, d]) = (b - a)(d - c)$ definiert ist.

A: 5

B: 6

C: 7

D: 8

Aufgabe 19.4 Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) Es gilt: $\zeta_{\mathbb{R}}(B) \geq \lambda(B) \quad \forall B \in \mathbb{B}$

(ii) Es gilt: $\zeta_{\mathbb{R}}(B) > \lambda(B) \quad \forall B \in \mathbb{B}$

(iii) Es gilt: $\zeta_{\mathbb{Z}}(B) \geq \lambda(B) \quad \forall B \in \mathbb{B}$

(iv) Es gilt: $\int_{\mathbb{R}} (\mathbf{1}_{(-5, -4)} + \mathbf{1}_{(4, 5)}) d\lambda = 0$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.4 | 6 | 4 | 2.8 |

ABC-Spiel (20)

Aufgabe 20.1

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion und \mathcal{F} eine Sigmaalgebra auf dem Definitionsbereich, \mathcal{B} eine Sigmaalgebra auf der Zielmenge. Für welche Kombination aus \mathcal{F} und \mathcal{B} gilt: Die Funktion f ist unabhängig von der Wahl von f immer messbar.

A: $\mathcal{F} = \mathcal{B} = \{\mathbb{R}, \emptyset\}$ B: $\mathcal{F} = \{\mathbb{R}, \emptyset\}$, $\mathcal{B} = \mathcal{P}(\mathbb{R})$ C: $\mathcal{F} = \mathcal{B} = \mathbb{B}$

Aufgabe 20.2 (Basiswissen: Urbilder)

Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \\ -1, & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Was ist $f^{-1}((-7, -5))$?

A: -1 B: (-7,-5) C: (5,7) D: \emptyset

Aufgabe 20.3 (Basiswissen: Urbilder II)

Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2$ die Parabelfunktion und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 5x$ eine Ursprungsgerade mit Steigung 5. Für welche Menge B gilt

$$(f \circ g)^{-1}(B) = (g \circ f)^{-1}(B)?$$

A: $(-7, 0]$ B: $\mathbb{R} \setminus \{25\}$ C: $\{25\}$

Aufgabe 20.4 Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) Sei $\zeta_{\mathbb{N}}$ das Zählmaß auf den natürlichen Zahlen. Sei ferner

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \sum_{i=1}^n i \mathbb{1}_{\{i\}}(x).$$

Es gilt:

$$\int f d\zeta_{\mathbb{N}} = n.$$

(ii) In der Situation aus (i) sei P die Gleichverteilung auf der Menge $\{1, \dots, n\}$. Dann gilt:

$$\int f dP = \frac{n+1}{2}$$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 1.9 | 5 | 4 | 2.2 |

ABC-Spiel (21)

Aufgabe 21.1

Was ist

$$\int \frac{1}{x} \mathbf{1}_{\mathbb{N}}(x) d\zeta_{\mathbb{N}}(x)?$$

A: 1 B: nicht definiert C: ∞

Aufgabe 21.2

Was ist

$$\int q^x \mathbf{1}_{\mathbb{N}_0}(x) d\zeta_{\mathbb{N}_0}(x) \text{ mit } q \in (0, 1)?$$

A: q B: $\frac{1}{1-q}$ C: ∞

Aufgabe 21.3

Welche der folgenden Funktionen ist in der Menge $\mathcal{L}_0^+ \setminus \mathcal{L}_1(\lambda)$ enthalten, wenn f eine Funktion von \mathbb{R} nach \mathbb{R} ist und als Sigmaalgebren in Definitions- und Zielmenge jeweils die Borel-Sigmaalgebra gewählt wird?

A: $f = \mathbf{1}_{\mathbb{R}}$ B: $f = -\mathbf{1}_{\mathbb{R}}$ C: $f = \mathbf{1}_{[0,1]}$

Aufgabe 21.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) $\mathcal{L}_0^+ \supseteq \mathcal{L}_1(\lambda)$

(ii) Seien $f, g \in \mathcal{L}_1(\lambda)$. Dann gilt:

Wenn $I(f) \leq I(g)$ und $I(g) \leq I(f)$, dann $f = g$.

(iii) Sei P ein Wahrscheinlichkeitsmaß. Dann gilt:

$$f \in \mathcal{L}_0 \text{ und } f \text{ beschränkt} \Rightarrow f \in \mathcal{L}_1(P)$$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.5 | 6 | 4 | 2.9 |

ABC-Spiel (22)

Aufgabe 22.1

Sei $\mu = \delta_{\{0\}} + \delta_{\{1\}}$ und

$$f_n : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\} \quad f_n(0) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 1 & \text{falls } n \text{ ungerade} \end{cases} \quad f_n(1) = 1 - f_n(0)$$

Welchen Wert besitzt $\int \liminf_{n \rightarrow \infty} f_n d\mu$?

A: ∞ B: 0 C: 1

Aufgabe 22.2

Welchen Wert besitzt in der Situation von 22.1: $\liminf_{n \rightarrow \infty} \int f_n d\mu$?

A: ∞ B: 0 C: 1

Aufgabe 22.3

Sei P ein Wahrscheinlichkeitsmaß und $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge messbarer und punktweise konvergenter Funktionen mit $|f_n| \leq c \forall n \in \mathbb{N}$. Welcher Satz liefert die Beziehung:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n dP = \int \lim_{n \rightarrow \infty} f_n dP?$$

A: Stetigkeitssatz B: Satz von Levi C: Satz v. Lebesgue

Aufgabe 22.4

Sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von Funktionen mit $f_n := -\mathbf{1}_{(-\infty, -n]}$. Dann konvergiert f_n für $n \rightarrow \infty$ punktweise gegen die Nullfunktion, aber:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n d\lambda = -\infty \neq 0 = \int \lim_{n \rightarrow \infty} f_n d\lambda$$

Warum ist der Satz von Levi nicht gültig?

A: (f_n) nicht isoton B: $\exists n \in \mathbb{N} : f_n \notin \mathcal{L}_0^+$ C: (f_n) nicht messb.

Aufgabe 22.5 Wahr (A) oder falsch (B)?

Sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine isotone Folge von Funktionen aus \mathcal{L}_0^+ . Dann gilt:

$$\int \lim_{n \rightarrow \infty} f_n d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n d\mu$$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 1.8 | 5 | 4 | 2.2 |

ABC-Spiel (23)

Aufgabe 23.1 (Wdh. Integrationsregeln I)

Mit welcher Integrationsregel berechnet man $\int_0^1 xe^x dx$?

- A: elementare Integrationsregeln
- B: partielle Integration
- C: Substitutionsregel

Aufgabe 23.2 (Wdh. Integrationsregeln II)

Mit welcher Integrationsregel berechnet man $\int_0^1 xe^{x^2} dx$?

- A: elementare Integrationsregeln
- B: partielle Integration
- C: Substitutionsregel

Aufgabe 23.3 (Wdh. Integrationsregeln III)

Welchen Wert besitzt $\int_{-1}^1 (\sin x)x^2 dx$?

- A: π B: π^2 C: 0

Aufgabe 23.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ ist eine Stammfunktion zu f
- (ii) Es gilt: $\mathbb{1}_{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}} = 0$ λ -fast überall.
- (iii) Sei $\mu_1 = \delta_{\{\sqrt{3}\}}$. Dann gilt: $\mathbb{1}_{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}} = 0$ μ_1 -fast überall.
- (iv) Sei $\mu_2 = \delta_{\{\frac{2}{3}\}} + N_{0,1}$. Dann gilt: $\mathbb{1}_{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}} = 0$ μ_2 -fast überall.

| | | | | |
|-----------------|---------------|----------|-------------------------|-------------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert 3 | Max 7 | 95% bei einem Affe 5 | 95% bei 30 Affen 3.4 |
|-----------------|---------------|----------|-------------------------|-------------------------|

ABC-Spiel (24)

Aufgabe 24.1

Für welche Kombination aus Definitionsmenge und Sigmaalgebra ist die Aussage:

$$\forall f : D \rightarrow \mathbb{R} : f \text{ ist messbar.}$$

wahr, wenn auf der Zielmenge \mathbb{R} die Sigmaalgebra \mathbb{B} verwendet wird?

A: $\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N})$

B: $\mathbb{R}, \sigma(\mathcal{P}(\mathbb{N}))$

C: $\mathbb{N}, \{\emptyset, \mathbb{N}\}$

Aufgabe 24.2

Welchen Wert hat $\int_{[0,1] \times [0,1]} x \, d\lambda \otimes \lambda(x, y)$?

A: 1

B: 2

C: $\frac{1}{2}$

Aufgabe 24.3

Welchen Wert hat $\int_{[0,1] \times [0,1]} \mathbf{1}_{\{x < y\}} \, d\lambda \otimes \lambda(x, y)$?

A: 1

B: 2

C: $\frac{1}{2}$

Aufgabe 24.4

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) Sei $f : (D, \mathcal{F}) \rightarrow (Z, \mathcal{B})$ eine beliebige Funktion. Dann gilt für alle $A, B \in \mathcal{B}$:

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$$

(ii) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto x^2$ die Quadratfunktion. Dann gilt:

$$\lambda^f((-1, 4)) = 4.$$

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2 | 5 | 4 | 2.33 |

ABC-Spiel (25)

Aufgabe 25.1

Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|$$

die Betragsfunktion. Welcher Wert ergibt sich für $\lambda^f([-1, 1])$?

A: 1 B: 2 C: $\frac{1}{2}$

Aufgabe 25.2

Sei f wie in 25.1, also $f(x) = |x|$. Welcher Wert ergibt sich für $\lambda^f([0, 1])$?

A: 1 B: 2 C: $\frac{1}{2}$

Aufgabe 25.3

Sei f wieder wie in 25.1, also erneut $f(x) = |x|$. Welcher Wert ergibt sich für $\int_{-1}^2 x^3 d\lambda^f$?

A: 2 B: 4 C: 8

Aufgabe 25.4

Sei $\nu := 2\lambda$. Was ist die λ -Dichte von ν ?

A: $f \equiv 2$ B: $f \equiv \frac{1}{2}$ C: $f \equiv 1$

Aufgabe 25.5

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) Seien μ, ν Maße auf $(\mathbb{R}, \mathbb{B}) \Rightarrow \mu + \nu$ ist Maß auf (\mathbb{R}, \mathbb{B})
- (ii) Seien μ, ν Maße auf $(\mathbb{R}, \mathbb{B}) \Rightarrow \mu \cdot \nu$ ist Maß auf (\mathbb{R}, \mathbb{B})
- (iii) Seien μ, ν Maße auf $(\mathbb{R}, \mathbb{B}) \Rightarrow \mu \ll \mu + \nu$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2.3 | 6 | 4 | 2.7 |

ABC-Spiel (26)

Aufgabe 26.1

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) $\delta_{\{1\}} \ll \delta_{\{2\}}$

(ii) $\delta_{\{1\}} \ll \zeta_{\mathbb{N}}$

(iii) Für jede beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilung P auf (\mathbb{R}, \mathbb{B}) gilt:

$$P \ll \lambda \vee P \ll \zeta_{\mathbb{N}_0}$$

(iv) Für jede beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilung P auf (\mathbb{R}, \mathbb{B}) gilt:

$$P \ll \lambda + \zeta_{\mathbb{N}_0}$$

(v) Für beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilungen P_1 und P_2 auf (\mathbb{R}, \mathbb{B}) gilt:

$$\frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_2 \quad \text{ist Wahrscheinlichkeitsverteilung.}$$

(vi) Für beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilungen P_1 und P_2 auf (\mathbb{R}, \mathbb{B}) und $\alpha \in [0, 1]$ gilt:

$$\alpha P_1 + (1 - \alpha)P_2 \quad \text{ist Wahrscheinlichkeitsverteilung.}$$

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 3 | 6 | 5 | 3.4 |

ABC-Spiel (27)

Aufgabe 27.1

Sei $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x_1, x_2) \mapsto (x_1, x_1 - x_2)$. Wie lautet die Abbildungsvorschrift der Umkehrabbildung h^{-1} ?

A: $(y_1, y_2) \mapsto (y_1, y_2 - y_1)$

C: $(y_1, y_2) \mapsto (y_1 - y_2, y_2)$

B: $(y_1, y_2) \mapsto (y_1, y_1 - y_2)$

Aufgabe 27.2

Sei $h^{-1} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(y_1, y_2) \mapsto (y_1, y_1 - y_2)$ die Umkehrabbildung der Funktion h aus 23.1. Wie lautet die Jacobi-Matrix von h^{-1} ?

A: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 27.3

Seien X, Y stochastisch unabhängig und identisch $U_{(0,1)}$ -verteilt. Welche λ^2 -Dichte besitzt $P^{(X,Y)}$?

A: 1

B: $\mathbf{1}_{(0,1)}(x \cdot y)$

C: $\mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(y)$

Aufgabe 27.4

Seien X, Y wie in 27.3 und h wie in Aufgabe 27.1. Wie lautet die λ -Dichte von $(P^{(X,Y)})^h = P^{h \circ (X,Y)} = P^{(X, X-Y)}$?

A: $\mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(y)$

B: $\mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(x - y)$

C: $-\mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(x - y)$

Hinweis: Verwenden Sie $h^{-1}(y_1, y_2) = (y_1, y_1 - y_2)$, $Dh^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, Dichte von $P^{(X,Y)} = \mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(y)$ und die Substitutionsregel.

Aufgabe 27.5

Seien X, Y stochastisch unabhängig und identisch $U_{(0,1)}$ -verteilt (wie in 27.3). In 27.4 wurde gezeigt, dass $P^{(X, X-Y)}$ die λ -Dichte $\mathbf{1}_{(0,1)}(x) \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(x - y)$ besitzt. Wie lautet die λ -Dichte von $Z := X - Y$?

A: $(1 - |z|)\mathbf{1}_{(-1,1)}(z)$

B: $\mathbf{1}_{(0,1)}(z)$

C: $\frac{1}{2}\mathbf{1}_{(-1,1)}(z)$

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 1.7 | 5 | 3 | 2 |

ABC-Spiel (28)

Aufgabe 28.1

Der Trainer vom FC Augsburg kennt die Trefferwahrscheinlichkeit seines besten Elfmeterschützen. Der Trainer interessiert sich für die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Elfmeterschütze mindestens vier von fünf Elfmeter verwandelt.

Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung ist für die Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit am besten geeignet?

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A: Binomialvtlg. | D: Normalverteilung |
| B: diskrete Gleichvtlg. | E: Poisson-Verteilung |
| C: hypergeometr. Vtlg. | F: χ^2 -Verteilung |

Aufgabe 28.2

An einer großen Geburtsklinik sollen neue Bodies für die Neugeborenen angeschafft werden. Da es diese in verschiedenen Größen gibt, möchte die Klinik wissen, wie die Geburtsgröße verteilt ist. Nehmen Sie dabei an, dass sich die Geburtsgröße eines Babies aus vielen unabhängigen Faktoren zusammensetzt.

Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung ist für die Beantwortung dieser Frage am besten geeignet?

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A: Exponentialvtlg. | D: Normalverteilung |
| B: diskrete Gleichvtlg. | E: Poisson-Verteilung |
| C: hypergeometr. Vtlg. | F: χ^2 -Verteilung |

Aufgabe 28.3

In einem Teich schwimmen zehn Karpfen und fünf Forellen. Da es in Ihrer Familie sowohl Karpfen- wie auch Forellen-Liebhaber gibt, möchten Sie wissen, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass Sie eine Forelle und einen Karpfen angeln, wenn Sie zwei Fische fangen.

Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung ist für die Beantwortung dieser Frage am besten geeignet?

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| A: Binomialvtlg. | D: Normalverteilung |
| B: diskrete Gleichvtlg. | E: Poisson-Verteilung |
| C: hypergeometr. Vtlg. | F: t-Verteilung |

Aufgabe 28.4

Sei X standard-normalverteilt. Welche Gleichheit ist wahr?

A: $P^X(\{0\}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

B: $P^X(\{0\}) = \frac{1}{2}$

C: $P^X(\{0\}) = 0$

Aufgabe 28.5

Für welche Verteilung P ist die folgende Gleichheit für alle Parameter gültig, wenn $X \sim P$:

$$E[X] = \text{Var}[X]$$

A: Binomialverteilung

D: Normalverteilung

B: Gleichverteilung

E: Poisson-Verteilung

C: Exponentialverteilung

F: χ^2 -Verteilung**Aufgabe 28.6**

$$X \sim N_{0,1} \Rightarrow X^2 \sim \chi_2^2$$

A: wahr

B: falsch

C: Da müsste ich raten.

Aufgabe 28.7

Für alle reellen Zahlen x liefert der R-Ausdruck `pnorm(-x)` das Gleiche wie der R-Ausdruck `1-pnorm(x)`.

Hinweis: Auszug aus der Hilfe zur Funktion `pnorm()`:

Usage

```
dnorm(x, mean = 0, sd = 1, log = FALSE)
```

```
pnorm(q, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

```
qnorm(p, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

A: wahr

B: falsch

C: Da müsste ich raten.

Aufgabe 28.8

Welche beiden R-Ausdrücke liefern für alle $p \in (0, 1)$ das Gleiche?

A: `qnorm(p)` und `1-qnorm(p)`C: `qnorm(p)` und `-qnorm(1-p)`B: `qnorm(p)` und `1-qnorm(1-p)`

ABC-Spiel (29)

Sei $\Omega = \{1, 2, 3\}$ und $P = U_\Omega$ die Gleichverteilung auf Ω . Seien ferner X, Y Zufallsvariablen auf Ω mit

$$\begin{aligned} X(1) &= 1 & X(2) &= 0 & X(3) &= -1 \\ Y(1) &= 0 & Y(2) &= 1 & Y(3) &= 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 29.1

Was ist $E[X]$?

A: 0 B: 1 C: -1

Aufgabe 29.2

Was ist $E[Y]$?

A: 0 B: $\frac{1}{3}$ C: 1

Aufgabe 29.3

Was ist $\text{Cov}[X, Y]$?

A: 0 B: $\frac{1}{3}$ C: 1

Aufgabe 29.4

Sind X, Y stochastisch unabhängig?

A: Ja B: Nein

Aufgabe 29.5

Was ist $\text{Var}[X]$?

A: 0 B: $\frac{1}{3}$ C: $\frac{2}{3}$

| | | | | | | | | | |
|-----------------|---|--------------------|------------------|--------------------|------------------|-----|---|---|---|
| <i>AB-Wert:</i> | <table border="1"><tr><td>Erw.wert</td><td>Max</td><td>95% bei einem Affe</td><td>95% bei 30 Affen</td></tr><tr><td>1.7</td><td>5</td><td>3</td><td>2</td></tr></table> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | 1.7 | 5 | 3 | 2 |
| Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen | | | | | | |
| 1.7 | 5 | 3 | 2 | | | | | | |

ABC-Spiel (30)

Aufgabe 30.1

Wahr (A) oder falsch (B)?

(i) Für beliebige Zufallsvariablen X, Y gilt: $\text{Cov}[X, Y] \leq \max(\text{Var}[X], \text{Var}[Y])$.

(ii) Seien X_1, X_2, \dots, X_n u.i.v. mit $\mu = E[X_1]$ und $\sigma^2 = \text{Var}[X_1]$. Es gilt:

$$\text{Var}[\bar{X}] = \sigma^2.$$

(iii) Für beliebige Zufallsvariablen X, Y gilt:

$$E[P^X] = E[P^Y] \quad \text{und} \quad \text{Var}[P^X] = \text{Var}[P^Y] \Rightarrow P^X = P^Y$$

(iv) $P^X = \delta_{\{x\}} \Rightarrow \text{Var}[X] = 0$

(v) Für beliebige Zufallsvariablen X, Y gilt:

$$E[P^X] = E[P^Y] \quad \text{und} \quad \text{Var}[P^X] = \text{Var}[P^Y] = 0 \Rightarrow P^X = P^Y$$

(vi) Es gibt zwei Zufallsvariablen mit $X \sim N_{1,4}, Y \sim B_{10,0.5}$ und $\text{Cov}[X, Y] = 5$.

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 3 | 6 | 5 | 3.4 |

ABC-Spiel (31)

Aufgabe 31.1

Wahr (A) oder falsch (B)?

- (i) $X_n \rightarrow X_0$ punktweise $\Rightarrow X_n \rightarrow X_0$ P-fast sicher
- (ii) Sei $X_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable mit $X_n := \mathbb{1}_{\{1, \dots, n\}}$.

Es gilt: $X_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ λ -fast überall.

- (iii) Sei $X_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable mit $X_n := \mathbb{1}_{\{1, \dots, n\}}$.

Es gilt: $X_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ $\zeta_{\mathbb{N}}$ -fast überall.

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 2 | 4 | 4 | 2.3 |

ABC-Spiel (32)

Aufgabe 32.1

Mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

sowie der Potenzgesetze lassen sich die Sinus-Kosinus-Additionstheoreme leicht herleiten (und merken). Welche Beziehung gilt i.A. nicht:

A: $\sin(\varphi_1 + \varphi_2) = \sin(\varphi_1) \cos(\varphi_2) + \cos(\varphi_1) \sin(\varphi_2)$

B: $\sin(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) = \sin(\varphi_1 \cdot \varphi_2)$

C: $\cos(\varphi_1 + \varphi_2) = \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) - \sin(\varphi_1) \sin(\varphi_2)$

Aufgabe 32.2

Wie lautet die charakteristische Funktion der Einpunktverteilung $\delta_{\{1\}}$?

A: 1

B: e^{-it}

C: e^{it}

Aufgabe 32.3

Wie lautet die charakteristische Funktion der Bernoulliverteilung $B_{1,p}$?

A: p

B: $1 - p$

C: pt

D: $1 - p + pe^{it}$

Aufgabe 32.4

Die charakteristische Funktion der Poissonverteilung mit Ankunftsrate λ lautet

$$\varphi(t) = e^{\lambda(e^{it}-1)}.$$

Wie groß ist das erste Moment?

A: it

B: λ

C: $i\lambda$

D: λ^2

| | | | | |
|----------|----------|-----|--------------------|------------------|
| AB-Wert: | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 1.2 | 4 | 3 | 1.4 |

ABC-Spiel (33)

In allen folgenden Beispielen sei $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von reellwertigen Zufallsvariablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $([0, 1], \mathbb{B}_{[0,1]}, U_{(0,1)})$ und X eine Zufallsvariable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $([0, 1], \mathbb{B}_{[0,1]}, U_{(0,1)})$.

Aufgabe 33.1

Sei $X_n(\omega) = \omega^n$ und $X = 0$. Welche Konvergenz liegt vor?

Wenn mehrere Konvergenzen vorliegen, klicken Sie bitte die stärkste.

A: $X_n \xrightarrow{f.s.} X$ B: $X_n \xrightarrow{\text{punktweise}} X$ C: $X_n \xrightarrow{\text{in Wsk.}} X$

Aufgabe 33.2

Sei $X_n(\omega) = \frac{1}{n}$ und $X(\omega) = \begin{cases} \pi & \text{falls } \omega \in [0, 1] \cap \mathbb{Q} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

Welche Konvergenz liegt vor?

Wenn mehrere Konvergenzen vorliegen, klicken Sie bitte die stärkste.

A: $X_n \xrightarrow{f.s.} X$ B: $X_n \xrightarrow{\text{gleichmäßig}} X$ C: $X_n \xrightarrow{\text{punktweise}} X$

Aufgabe 33.3

Sei $X_n(\omega) = \begin{cases} \omega & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 1 - \omega & \text{sonst} \end{cases}$ und $X(\omega) = \omega$.

Welche Konvergenz liegt vor?

Wenn mehrere Konvergenzen vorliegen, klicken Sie bitte die stärkste.

A: $X_n \xrightarrow{L^1} X$ B: $X_n \xrightarrow{\text{in Wsk.}} X$ C: $X_n \xrightarrow{\text{in Vtlg.}} X$

AB-Wert:

| | | | |
|----------|-----|--------------------|------------------|
| Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| 1 | 3 | 2 | 1.2 |

ABC-Spiel (34)

Aufgabe 34.1

In einer Studie führten Sie eine Messung n mal durch. Wie oft müssen Sie die Messung in einer zweiten Studie durchführen, damit der Bereich um den Durchschnitt, in dem der wahre Messwert zu 95% liegt, um den Faktor 10 kleiner wird.

A: $2n$ B: $10n$ C: $100n$ D: $1000n$

Aufgabe 34.2

Sie gehen 100 mal entweder einen Schritt vorwärts oder (mit gleicher Wahrscheinlichkeit) einen Schritt zurück. Wie wahrscheinlich ist es, dass Sie nicht mehr als 10 Schritte von Ihrem Startpunkt entfernt sind.

A: ca. 50% B: ca. 68% C: ca. 95% D: ca. 99,7%

Aufgabe 34.3

Sie rufen aus dem Telefonbuch willkürlich zwei Personen an. Wie wahrscheinlich ist es, dass Sie zwei Frauen anrufen?

A: 5% B: 25% C: 32%

| | | | | |
|-----------------|----------|-----|--------------------|------------------|
| <i>AB-Wert:</i> | Erw.wert | Max | 95% bei einem Affe | 95% bei 30 Affen |
| | 0.8 | 3 | 2 | 1.1 |